ESERCITAZIONE n. 1

1. Per l'equazione

$$\partial u/\partial t + \partial/\partial x\,(u^2/2) = 0 \qquad (1)$$

- determinare la relazione di salto
- date le condizioni iniziali (t=0)

$x < 0$	$u = 2$
$0 < x < 2$	$u = 1$
$x > 2$	$u = -1$

determinare l'evoluzione nel tempo delle due discontinuità.

L'equazione $\partial \mathbf{U}/\partial t + \partial \mathbf{F}_j/\partial x_j = 0$ nel caso di un' equazione scalare in una sola dimensione spaziale si scrive

$\partial U/\partial t + \partial F/\partial x = 0$ cui corrisponde la relazione di salto $[F] = [U]\, w$

Dal confronto con la (1)

$$U = u \qquad F = u^2/2$$
$$[u^2/2] = [u]\, w$$
$$u_+^{\,2} - u_-^{\,2} = (u_+ - u_-)\, w$$
$$w = (u_+ + u_-)/2$$

$w_1 = 3/2 \qquad w_2 = 0$

Le 2 discontinuità si incontrano in x=2 t= 4/3.

Si genera una nuova discontinuità con $u_- = 2$ e $u_+ = -1$ che propaga con $w_3 = 1/2$.

2. Dato il seguente campo cinematico

$$u = y^2$$
$$v = 2xy$$

- verificare che il flusso sia irrotazionale e determinare il potenziale
- determinare l'espressione della velocità del suono in funzione di x,y
- determinare il numero di Mach nel punto (0 , 1)

$\partial u/\partial y = 2y \qquad \partial v/\partial x = 2y \qquad \partial u/\partial y - \partial v/\partial x = 0$

$u = \partial \varphi/\partial x \qquad \varphi = x\, y^2$

$a^2\,(u_x + v_y) = u^2\, u_x + v^2\, v_y + uv\,(u_y + v_x)$

$a^2 = 4(x^2 y^2 + y^4)$

$M^2 = (u^2 + v^2)/a^2 = (4x^2y^2 + y^4)/4(x^2y^2 + y^4) \qquad M^2 = 1/4$

3. Il profilo NACA 0012 in corrispondenza ad $\alpha = 0$ e per flusso incompressibile ha un valore $Cp_{min} = -.411$. Per il profilo NACA 0008 ad $\alpha = 0$, si determini il valore di Cp_{min} in corrispondenza a $M_\infty = .7$

$s_1 = .12$	$M_{\infty 1} = 0$	$Cp_1 = -.411$
$s_2 = .8$	$M_{\infty 2} = .7$	$Cp_2 = ?$

$Cp_2 = Cp_1\; s_2 / s_1 \;/(1 - M_{\infty 2}^2)^{1/2} = .38$

4. In corrispondenza a $M_\infty = .97$ il coefficiente di portanza di un profilo con spessore massimo relativo $s = .05$ è pari a $C_L = .8$. Determinare il C_L del profilo in similitudine transonica in corrispondenza a $M_\infty = .95$.
Per essere in similitudine i due profili devono avere lo stesso parametro di Von Karmann
$k = (1- M_\infty^2)\ M_\infty^{-4/3} [(\gamma +1)]^{-2/3}$

$$s_2 = s_1 (M_{\infty1}/ M_{\infty2})^2 [(1- M_{\infty2}^2)/ (1- M_{\infty1}^2)]^{1.5} = .11$$

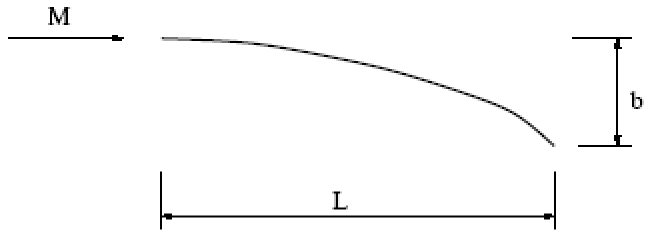
$$C_{L2} = C_{L1} (s_2 M_{\infty1} / s_1 M_{\infty2})^{2/3} = 1.37$$

5.

Dato un profilo di spessore nullo e di forma parabolica

$$y = -b(x/L)^2$$

con bordo di attacco parallelo alla direzione del flusso supersonico (vedi figura),



utilizzando la teoria linearizzata, si determini:

a) C_L e C_D in funzione di M e b/L;

$x' = x / L$

$$C_L = \int_0^1 (Cp_i - Cp_s)\, dx' = - 4/(M^2-1)^{1/2} \int_0^1 \theta\, dx'$$

$$\theta = dy/dx = -2\, b/L\, x'$$

$$C_L = 8/(M^2-1)^{1/2}\, b/L \int_0^1 x'\, dx' = \frac{4}{(M^2-1)^{1/2}}\ b/L$$

$$C_D = \int_0^1 (Cp_s - Cp_i)\, \theta\, dx' = 4/(M^2-1)^{1/2} \int_0^1 \theta^2\, dx' = \frac{16}{3\,(M^2-1)^{1/2}}\ (b/L)^2$$